## EXERCICE N°3 : 35' 5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = 1 - \sqrt{\dfrac{x}{x-2}} & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = 1 + \dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

**1) a)** Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement le dernier résultat.

**b)** Dresser le tableau de variation de f. Tracer $\zeta_f$.

**2) a)** Vérifier que pour tout $x \in [1, +\infty[$ on a $f'(x) \leq \dfrac{1}{4\sqrt{3}}$.

**b)** En déduire que l'équation f(x) = x admet dans $[1, +\infty[$ une solution unique α et que $\alpha \in ]1,2[$

**3) a)** Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur ]0,2[.

**b)** Donner l'expression de $f^{-1}(x)$ dans chacun des intervalles ]0,1] et ]1,2[.

**c)** Tracer $\zeta_{f^{-1}}$ dans le même repère que $\zeta_f$.

## EXERCICE N°4 : 25' 5 points

Soit la fonction f définie sur ]0 , 4[ par : $f(x) = \dfrac{2x - 4}{\sqrt{4x - x^2}}$.

**1) a)** Montrer que f réalise une bijection de ]0 , 4[ sur IR. **b)** Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in$ IR.

**2)** Montrer que l'équation f(x) = x admet dans ]0 , 4[ une unique solution α. Vérifier que $\alpha \in ]2, 4[$.

**3) a)** Etudier la position de $\zeta_f$ par rapport à Δ : la tangente à $\zeta_f$ au point d'abscisse 2.

**b)** Tracer $\zeta_f$, Δ et la courbe $\zeta_{f^{-1}}$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn